

**Curso:** Administração de empresas

**Disciplina:** Estatística

**Curso:** Administração de empresas

**Disciplina:** Estatística

Aluno: \_\_\_\_\_

**Ementa:**

Conceitos básicos, etapas do método estatístico, teoria da amostragem, população e amostra, distribuição de frequência, medidas de tendência central, medidas de dispersão, teoria elementar das probabilidades, teoria da correlação e regressão linear

**Conteúdo programático:**

**Primeiro Bimestre**

Conceitos básicos e fases do método estatístico (2 aulas)

Teoria da amostragem (5 aulas)

Variáveis aleatórias

População e amostra

Amostragem aleatória simples e amostragem estratificada

Distribuição de frequência (7 aulas)

Elementos de uma distribuição de frequência

Regras gerais para elaborar uma tabela de distribuição de frequência

Representação gráfica de uma distribuição de frequência

Medidas de tendência central (6 aulas)

Media Aritmética

Moda

Mediana

**Segundo Bimestre**

Medidas de dispersão (2 aulas)

Desvio padrão

Variância

Teoria elementar das probabilidades (8 aulas)

Experimento aleatório

Espaço amostral

Tipos de evento

Fórmula clássica

Regra do produto

Regra da soma

Modelos de distribuição de probabilidades (8 aulas)

Distribuição Binomial

Distribuição Normal

Margem de erro e nível de confiança

Teoria da correlação e regressão linear (2 aulas)

**Bibliografia:**

BÁSICA: CRESPO, Antonio Arnot – Estatística Fácil – 18ª. Ed., 2002 - 1a. Tiragem 2002– São Paulo – Ed. Saraiva

Complementar:

ANDERSON, David R., SWEENEY, Dennis J. e WILLIAMS, Thomas A. – Estatística Aplicada à Administração e Economia – São Paulo – Ed. Pioneira Thomson Learning, 2003

OLIVEIRA, Francisco E.M. Estatística e Probabilidade – 2a ed. – São Paulo – Ed. Atlas - 1999

TOLEDO, Geraldo Luciano e OVALLE, Ivo Izidoro – Estatística Básica – 2a. Ed. – São Paulo – Ed. Atlas, 1995

**Instrumento de avaliação:**

Para efeito de avaliação do rendimento escolar, o período letivo é dividido em dois sub-períodos e um exame final. O resultado da avaliação do rendimento em cada sub-período, no exame final e no final do período letivo é expresso em notas, em uma escala numérica de 0 (zero) a 10 (dez). Considera-se aprovado e dispensado do exame final o aluno que, no término do semestre letivo, através da média aritmética simples das notas dos dois sub-períodos, alcance nota igual ou superior a 7,0 (sete). Submete-se a exame final o aluno que tenha obtido média dos dois sub-períodos não inferior a 3,0 (três).

**Calendário de provas**

| Evento             | Data | Notas | Média bimestral | Nota Final |
|--------------------|------|-------|-----------------|------------|
| Teste              |      |       |                 |            |
| Prova bimestral 1B |      |       |                 |            |
| Teste              |      |       |                 |            |
| Prova Bimestral 2B |      |       |                 |            |

# ANOTAÇÕES DE AULA

**(Um): Aula Inaugural – Conteúdo programático – Bibliografia**

**(Dois): Conceitos básicos e etapas do método estatístico**

## **I-Introdução**

**1- Panorama Histórico:** Todas as ciências têm suas raízes na história do homem.

**A matemática:** Originou-se do convívio social, das trocas, da contagem, com caráter prático, utilitário e empírico.

**A estatística** (ramo da matemática aplicada):

Na antiguidade: Registro de número de habitantes, nascimentos, óbitos distribuição de terras, cobrança de impostos, etc.

Na idade média: Informações tributárias e bélicas.

No século XVI: começaram as primeiras análises sistemáticas de fatos sociais.

No século XVIII: as análises adquiriram feição científica. Godofredo Achenwall batizou essa nova ciência de estatística.

Atualmente: Os estudos estatísticos contribuem para a organização dos negócios e recursos no mundo moderno. O uso da estatística é fundamental para a tomada de decisão do administrador no trabalho de organizar, dirigir e controlar a empresa.

## **2- Conceito**

Estatística é uma parte da matemática aplicada que fornece métodos para a coleta, organização, descrição, análise e interpretação de dados e para a utilização dos mesmos na tomada de decisão.

## **3-O método estatístico**

Método: É um conjunto de meios dispostos convenientemente para se chegar a um fim que se deseja.

Método científico: Está relacionado à obtenção de acréscimos de conhecimento.

Dentre os métodos científicos vamos destacar o experimental e o estatístico.

Método experimental: Consiste em manter constante todas as causas (fatores), menos uma, e variar esta causa de modo que o pesquisador possa descobrir seus efeitos, caso existam. É o método preferido no estudo da física e da química e outros.

Exemplo: Experiência para determinar o tempo de queda de uma esfera, em função da altura e do diâmetro (massa) da esfera.

Método estatístico: Durante a impossibilidade de manter as causas constantes, admiti-se todas essas causas presentes, variando-as, registrando essas variações e procurando determinar, no resultado final, que influência cabe a cada uma delas.

Exemplo: Pesquisa eleitoral em épocas diferentes. Mesmo mantendo a mesma quantidade e características das amostras, há uma infinidade de outras causas presentes no processo.

## **4-Fases do método estatístico (pg.14)**

### 4.1-Coleta de dados

#### 4.1.1-Coleta de dados direta

##### 4.1.1.1-Contínua: Registro.

Exemplo: registro de nascimentos e óbitos. Frequência dos alunos às aulas

##### 4.1.1.2-Periódica: Intervalos constantes de tempo.

Exemplo: Censo demográfico de 10 em 10 anos. Avaliação dos alunos.

##### 4.1.1.3-Ocasional: Extemporânea.

Exemplo: No caso de pesquisas sobre epidemias.

#### 4.1.2-Coleta de dados indireta

Inferida a partir de elementos conhecidos.

Exemplo: Pesquisa sobre mortalidade infantil.

4.2-Critica dos dados: Procura de possíveis falhas e imperfeições nos dados obtidos na coleta.

4.3-Apuração dos dados: Processamento dos dados mediante um critério de classificação

4.4-Exposição ou apresentação dos dados: Tabelas e gráficos

### 4.5-Análise dos resultados

“O objetivo da estatística é tirar conclusões sobre o todo (população) a partir de informações fornecidas por parte representativa do todo (amostra)”.

### *Observação:*

Quanto às fase do método estatístico temos:

Estatística descritiva: Engloba a coleta, critica, apuração e apresentação dos dados.

Estatística Indutiva ou Inferencial: Engloba a análise e interpretação dos resultados.

### **Exercício (entregar no início da próxima aula)**

1-Para você, o que é estatística? 2-O que é coletar dados?

3-As ciências humanas e sociais para obterem os dados que buscam, usam que método?

4-Qual a importância da estatística?

5-Cite três ou mais atividades do planejamento empresarial em que a estatística se faz necessária.

## (Tres): II – Teoria da amostragem: variáveis aleatórias (pg.17)

### 1-Variáveis

1.1-Variável: É, convencionalmente, o conjunto de resultados possíveis de um fenômeno.

1.2-Variável qualitativa: Quando seus valores são expressos por atributos:

Exemplo: sexo (M ou F); cor da pele (branca, preta, amarela, vermelha, parda)

1.3-Variável quantitativa: Quando seus valores são expressos em números

1.3.1-Variável quantitativa contínua: Pode assumir qualquer valor entre dois limites

Exemplo: Medições: O peso de um aluno pode ser: 72Kg, 72,5Kg, 72,54Kg (dependendo da precisão desejada)

1.3.2-Variável discreta: Só pode assumir valores pertencentes a um conjunto enumerável.

Exemplo: contagem ou numeração  $N=(1,2,3\dots)$ .

O número de alunos de uma escola pode ser 1,2,3,5,50, porém jamais 2,5 ou 3,78.

### Exercícios do livro: pg.18

Resolva

1-Classifique as variáveis em qualitativas ou quantitativas (contínuas ou discretas):

- Universo: alunos de uma escola  
Variável: cor dos cabelos
- Universo: casais residentes em uma cidade  
Variável: Número de filhos
- Universo: as jogadas de um dado  
Variável: o ponto obtido em cada jogada
- Universo: peças produzidas por certa máquina  
Variável: número de peças produzidas por hora

1-Diga quais das variáveis abaixo são discretas e quais são contínuas:

- População: alunos de uma cidade  
Variável: cor dos olhos
- População: estação meteorológica de uma cidade  
Variável: precipitação pluviométrica durante um ano
- População: Bolsa de valores de São Paulo  
Variável: numero de ações negociadas
- População: funcionários de uma empresa  
Variável: salários
- População: pregos produzidos por uma máquina  
Variável: comprimento
- População: casais residentes em uma cidade  
Variável: sexo dos filhos
- População: propriedades agrícolas do Brasil  
Variável: produção de algodão
- População: segmentos de reta  
Variável: comprimento
- População: bibliotecas da cidade de São Paulo  
Variável: numero de volumes
- População: aparelhos produzidos em uma linha de montagem  
Variável: número de defeitos por unidade
- População: indústrias de uma cidade  
Variável: índice de liquidez

## (Quatro): 2-Teoria da amostragem: População e amostra

2.1-População estatística, ou universo estatístico: É o conjunto de entes portadores de, pelo menos, uma característica comum.

Exemplo: População = estudantes. Características comuns: estudam.

Critério de constituição da população

Exemplo: O universo é constituído por todos os alunos da Faculdade ou o universo é constituído pelos alunos do 2º período.

2.2-Amostra: É um subconjunto finito de uma população.

A amostra precisa ser representativa. Deve possuir as mesmas características básicas da população, quanto ao fenômeno que desejamos pesquisar.

*Lembrem-se:*

“O objetivo da estatística é tirar conclusões sobre o todo (população), a partir de informações fornecidas por parte representativa do todo (amostra)” (item 4.5 – análise de resultados)

### 3-Amostragem

É uma técnica para recolher amostras, que garante, tanto quanto possível, o acaso na escolha

Cada elemento da população deve ter a mesma chance de ser escolhido e isso garante a representatividade.

3.1- Amostragem casual ou aleatória simples

É equivalente a um sorteio. Pode ser realizada numerando a população de 1 a n e sortear, por um dispositivo aleatório, K números.

Exemplo: Pesquisa da estatura dos 90 alunos do segundo período. Amostra com 10% da população. Numeramos os alunos de 01 a 90, em 90 pedaços de papéis iguais. Colocamos numa caixa. Balançamos e retiramos um de cada vez, nove papéis.

Tabela de números aleatórios (pg223)

Pode ser lida da direita para a esquerda, da esquerda para a direita de cima para baixo, de baixo para cima.

Aplicando o exemplo acima. Necessidade: Nove números de 2 algarismos. Escolhendo a linha 18 da esquerda para a direita:

Tem-se: 61 02 01 81 73 **92** 60 66 **73** 58 53 34. Separa-se os nove primeiros:

61 02 01 81 73 60 66 58 53.

Em seguida mede-se a altura dos alunos cujo números “escolares” correspondam aos números sorteados, e assim obtém-se uma amostra das estaturas dos noventa alunos.

## Pesquisas só convergem na polarização

**Apesar dos diferentes institutos, o ponto em comum é disputa centrada entre os candidatos Walter Rabello e Wilson Santos**

**RAFAEL COSTA**

Especial para o Diário

As pesquisas que servem de referência para medir a preferência do eleitorado em Cuiabá pelos candidatos a prefeito têm apresentado divergências. A preferência e o índice de rejeição sofrem variações, o que evidencia uma possível alternância de preferência dos eleitores. Porém, o ponto em comum, por enquanto, é a polarização da disputa entre a dupla Wilson Santos (PSDB) e Walter Rabello (PP).

Em consulta realizada nos dias 14 e 15 deste mês, o instituto Vetor Pesquisas detectou que na modalidade estimulada, condição que apresenta uma lista de nomes ao eleitor, o prefeito Wilson Santos (PSDB) tem a preferência de 36% em seu projeto de reeleição. O deputado cassado Walter Rabello (PP) segue logo atrás com 27,7%, seguido pelo empresário Mauro Mendes (PR) com 12,4%, deputado federal Valtenir Pereira (PSB) 6,1% e Procurador Mauro (PSOL) com apenas 1,6%. Com margem de erro de 3,4%, a pesquisa ouviu 824 pessoas e está registrada com o protocolo 33/2008 no Tribunal Regional Eleitoral (TRE-MT).

Na consulta estimulada para prefeito, realizada entre 11 e 15 de agosto, o Instituto de Pesquisas do Mato Grosso do Sul (IPEMS) aponta o progressista Walter Rabello com 31,62%, seguido pelo tucano Wilson Santos 31,37%, o republicano Mauro Mendes 13,5%, o parlamentar Valtenir Pereira, 6,38% e o socialista Procurador Mauro com 1,63%. O resultado se baseia em 800 entrevistas, com margem de erro de 3,6% e sob o registro nº016/08 - protocolo 10387/08.

O prefeito Wilson Santos volta a liderar as intenções de voto na pesquisa do Instituto de Pesquisa do Centro Oeste (Ipec), realizada no período de 13 a 15 deste mês. Com 36,61% de preferência, o tucano é novamente ameaçado por Walter Rabello 34,37%. Logo depois surgem Mauro Mendes 10,09%, Valtenir Pereira 4,48% e Procurador Mauro com 1,49%. Baseada na consulta de 803 pessoas, a sondagem tem margem de erro de 4% e está registrada sob o número 029/2008 na 51ª Zona Eleitoral.

As enquetes foram feitas antes do horário eleitoral gratuito, que começou na quarta-feira para os candidatos majoritários. A margem de confiança destes institutos é de aproximadamente 95%.

A polarização Wilson/Walter se estende também para o índice de rejeição. Em levantamento do instituto Vetor, o progressista tem 25,7%, seguido do tucano com 24,6%. Já o Ipec apresenta uma inversão de posições. O prefeito Wilson Santos lidera o índice de rejeição com 19,05%, e o apresentador com 11,21%.

Resta saber se a linha de pesquisas apresentadas será condizente com o resultado do dia 5 de outubro, data em que serão abertas às urnas e momento em que a população cuiabana saberá quais candidatos vão disputar o segundo turno.

O IPEMS, pouco conhecido do grande público de Mato Grosso, atua há 17 anos no mercado, na região. A expectativa dos candidatos agora fica por conta das próximas pesquisas, provavelmente, na semana que vem, quando completa uma semana do início dos programas eleitorais gratuitos no rádio e na televisão.

### RESUMO

| Candidatos | VETOR 14 a 15/ago | IPEMS 11 a 15/ago | IPEC 13 a 15/ago | Resultado 5/out |
|------------|-------------------|-------------------|------------------|-----------------|
| WS         | 36,0%             | 31,4%             | 36,6%            | 47,9%           |
| WR         | 27,7%             | 31,6%             | 34,3%            | 16,9%           |
| MM         | 12,4%             | 13,5%             | 10,1%            | 26,6%           |
| VP         | 6,1%              | 6,4%              | 4,5%             | 4,88%           |
| PM         | 3,4%              | 1,6%              | 1,5%             | 3,67%           |

|                    |                     |               |               |
|--------------------|---------------------|---------------|---------------|
| Margem de erro     | 3,4%                | 3,6%          | 4%            |
| Amostra            | 824 eleitores       | 800 eleitores | 803 eleitores |
| Nível de confiança | 95%                 | 95%           | 95%           |
| População Cuiabá   | 527.113 (IBGE 2007) |               |               |
| Total de eleitores | 368.188             |               |               |

### TABELA DE NÚMEROS ALEATÓRIOS

|  |
|--|
| 57720039848441796771402113975649865408932968745483 |
| 28805351590993988758702771771706320278621674696517 |
| 92591852873048869748352518887403629838586586424103 |
| 90381291743019758907506415597188137495305278301175 |
| 80911694675860820666904756184645111235324550411343 |
| 22017031329691927540165429727499009597610098243007 |
| 56241004302046299053531105844121647919762951626066 |
| 79449262029686643000945669302059878735442250977819 |
| 53996645088978507753372577412762380223576201416035 |
| 18928735885505213651392850146685793019797266643145 |
| 53085896630561257022504128966266436306630132798522 |
| 03588029287689511824888946474859192987031033996712 |
| 27078188656949980028047051300147189733218582454324 |
| 05210859010622249891811755446616077307661012317858 |
| 40361327843082333639694205586461123389278952667193 |
| 54602528858820001059610536613372010119016110512091 |
| 71516340767111737352373160458892734371280498090248 |
| 61020181739260667358533442682638340327449604466593 |
| 82559313463095265506961765917239799612495280632699 |
| 89985414217413576819862860894733152628774538480808 |
| 00998484146795137758901450794273633106604340125504 |
| 62415078204805884352980319939203049725849595036331 |
| 94279069246809921186076383193299511555710927026700 |
| 44892928843628251582877418972576106326760226745328 |
| 97307695332110542695666552049936584803089363581796 |
| 39165804448015595983909554668184396085388866333569 |
| 60781103266750340961313020769366308351093383647605 |
| 03192347628957779133884760593754394877674985384391 |
| 41285267562539599665513690322239330522990339979699 |
| 77549850392537425297100356049281668670014889558210 |
| 28634161916424838137344883279638716973067750256460 |
| 74244885401233596750149814264279791352896978804471 |
| 00240337964668750532421663332897263647277365383446 |
| 05414769694536167118955197220413239658600369487983 |
| 62698497974723665156130869115275592686818043009892 |

**Gabarito:**

- Pg 4 - resolva
- Qualitativa: a
- Discreta: b, c, d
- Contínua: e
- Pg.4 – diga ...
- Qualitativa a, f
- Continua b, e, g, h, k
- Discreta c, d, i, j

- Pg. 6
- 1)19
- 5) 6,55%
- 6) 30%
- 7) 1648

### 3.2-Amostragem proporcional estratificada

Estrado é a divisão da população em sub-populações.

A variável em estudo pode apresentar comportamento heterogêneo entre estrados e homogêneos dentro de cada estrado.

Continuando o exemplo do item anterior:

| Sexo  | População | 10%             | Amostra      |
|-------|-----------|-----------------|--------------|
| M     | 54        | 10% de 54 = 5,4 | 5 meninos    |
| F     | 36        | 10% de 36 = 3,6 | 4 meninas    |
| Total | 90        | 10% de 90 = 9,0 | 9 estudantes |

Numeramos os meninos de 01 a 54

Numeramos as meninas de 55 a 90

Tabela aleatória 1ª e 2ª colunas da esquerda, de cima para baixo:

57 28 **92** 90 80 22 56 79 53 18 **53** 03 27 05 40.

Meninos = 28 22 53 18 03

Meninas = 57 90 80 56

#### (Cinco): Exercício em sala

**Exemplo: Pesquisa da estatura dos alunos do segundo período.**

**Amostra com 30% da população.**

| Sexo  | População | 10%           | Amostra        |
|-------|-----------|---------------|----------------|
| M     |           | 10% de = .... | .... meninos   |
| F     |           | 10% de = .... | .... meninas   |
| Total |           | 10% de = .... | ....estudantes |

#### 1-Revisar o exercício pesquisa estatura dos alunos

População: \_\_\_\_, sendo \_\_\_\_F e \_\_\_\_6M

Amostra: (\_\_\_\_%), sendo \_\_\_\_F e \_\_\_\_M

#### 2-Sobre a pesquisa do item 1:

a- Qual método foi usado?

b- Quais fases do método foram realizadas?

c- Quais fases do método não foram realizadas?

d- A coleta de dados foi direta ou indireta?

e- A coleta de dados foi contínua, periódica ou ocasional?

f- Qual foi a variável estudada?

g- Qual foi o critério de constituição da população?

h- Qual técnica de amostragem foi utilizada?

Medida da estatura das amostras:

| Meninos   | Nome do aluno | Estatura | Meninas   | Nome do aluno | Estatura |
|-----------|---------------|----------|-----------|---------------|----------|
| Amostra 1 |               |          | Amostra 1 |               |          |
| Amostra 2 |               |          | Amostra 2 |               |          |
| Amostra 3 |               |          | Amostra 3 |               |          |
| Amostra 4 |               |          | Amostra 4 |               |          |

#### Exercícios pg.22

2-Pesquisa: Peso dos alunos de uma escola com 100 alunos.

(numerados de 01 a 100)

Amostra: 10% da população

Relacione o no. De cada um dos alunos que comporá a amostra.

Sugestão: use a tabela de números aleatórios (25ª. linha da esquerda para a direita)

3-Em uma escola existem 250 alunos, sendo 35 na 1ª série, 32 na 2ª, 30 na 3ª, 28 na 4ª, 35 na 5ª, 32 na 6ª, 31 na 7ª e 27 na 8ª. Obtenha uma amostra de 40 alunos e preencha o quadro:

Séries / População / calculo proporcional / amostra

### 3.3-Amostragem sistemática

Usada quando os elementos da população se acham ordenados. Assim, a seleção dos elementos para a amostra pode ser feita por um sistema imposto pelo pesquisador.

Exemplo: Prontuário medico de um hospital.

Linha de produção (a cada 10 itens, retira-se 1 para amostra)

Prédios de uma rua: População: 900 prédios

Amostra = 50 prédios Podemos usar =  $900/50 = 18$ . Sorteamos um no. Ente 1 e 18 para indicar o primeiro elemento.

Os demais seriam considerados de 18 em 18

#### Exercícios da pg. 23

1-Uma escola abriga 124 alunos. Obter amostra representativa correspondendo a 15 % da população.

Sugestão: use a 8ª, 9ª e 10ª colunas, a partir da 1ª linha, da tabela de números aleatórios (de cima p/ baixo)

2-Em uma escola há oitenta alunos. Obtenha uma amostra de 12 alunos.

Sugestão: Escolha como usar a tabela.

5-Uma cidade X apresenta o seguinte quadro relativo às suas escolas de 1º. grau:

| Escolas | Masc | Fem |
|---------|------|-----|
| A       | 80   | 95  |
| B       | 102  | 120 |
| C       | 110  | 92  |
| D       | 134  | 228 |
| E       | 150  | 130 |
| F       | 300  | 290 |
| TOTAL   | 876  | 955 |

Obtenha uma amostra proporcional estratificada de 120 estudantes. (não será preciso "sortear" números na tabela) - Dica: descobrir quanto é a amostra em %

6-Uma população encontra-se dividida em três estratos, com tamanhos, respectivamente,  $n_1 = 40$ ,  $n_2 = 100$ ,  $n_3 = 60$ . Sabendo que ao ser realizada uma amostragem estratificada proporcional, nove elementos da amostra foram retirados do 3º. estrado, determine o número total de elementos da amostra. Dica: descobrir quanto é a amostra em %

7-Mostre como seria possível retirar uma amostra de 32 elementos de uma população ordenada formada por 2.432 elementos. Na ordenação geral, qual dos elementos abaixo seria escolhido para pertencer à amostra, sabendo-se que o elemento de ordem 1.420 a ela pertence? 1.648º, 290º, 725º, 2.025º, 1.120º  
Dica: descobrir a cada quantos elementos se retira um.

**(Seis): Tabelas e gráficos**

Parte A: Distribuir questionário a ser respondido em casa sobre tabela (capitulo 3- séries estatísticas) e gráficos (capitulo 4). O Questionário deverá ser entregue na próxima aula.

**Exercício (TABELA)**

Pesquise no capítulo 3 do livro Estatística fácil de Antonio Arnot Crespo (pg25 a pg37). Seja sucinto. Escreva apenas nesta página e no espaço disponível. Não usar anexo. Use o verso apenas para colocar o nome dos **cinco** alunos do grupo Não deixe outro grupo copiar as respostas

- 1-O que é tabela?
- 2-O que é serie estatística?
- 3-Como podemos classificar as séries estatísticas (citar nomes):
  - I-
  - II-
  - III-
- 4-O que são séries históricas?
- 5-O que são series geográficas?
- 6-O que são séries específicas?
- 7-O que são séries conjugadas
- 8-O que são dados absolutos
- 9-O que são dados relativos?

Preencha o quadro com o exemplo do livro

**Título:**

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

- 10-O que são índices? Dê um exemplo.
- 11-O que são coeficientes? Dê um exemplo.
- 12-O que são taxas? Dê um exemplo

**Exercício (GRAFICOS)**

Pesquise no capítulo 4 do livro Estatística fácil de Antonio Arnot Crespo (pg.38 a pg.53). Seja sucinto. Escreva apenas nesta página e no espaço disponível. Não usar anexo. Use o verso apenas para colocar o nome dos **cinco** alunos do grupo Não deixe outro grupo copiar as respostas

- 1-O que é gráfico estatístico?
- 2-O que são diagramas?
- 3-O que são gráficos em linha ou em curva?
- 4-O que são gráficos em colunas ou em barras?
- 5-O que são gráficos em colunas ou em barras múltiplas?
- 6-O que são gráficos em setores?
- 7-O que é gráfico polar?
- 8-O que é cartograma?
- 9-O que é pictograma?

Regra de arredondamento  
Exemplos:

↓ (se for impar altera)  
215, 5 arredondada-se para 216

↓ (se for par não altera)  
216, 5 arredondada-se para 216

Refazer arredondamento:

|                | Valor calculado | Arredondado conforme regras | Arredondado para baixo | Frações Desprezadas | Erro relativo (%) | Arredondamento final adotado |
|----------------|-----------------|-----------------------------|------------------------|---------------------|-------------------|------------------------------|
| A              | 5,24            | 5                           | 4                      | 1,24                | 0,31              | 5                            |
| B              | 6,68            | 7                           | 6                      | 0,68                | 0,11              | 7                            |
| C              | 7,21            | 7                           | 6                      | 1,21                | 0,20              | 7                            |
| D              | 8,78            | 9                           | 8                      | 0,78                | 0,10              | 9                            |
| E              | 9,83            | 10                          | 9                      | 0,83                | 0,09              | 10                           |
| F              | 19,65           | 20                          | 19                     | 0,65                | <b>0,03</b>       | <b>19</b>                    |
| Soma           | <b>57,39</b>    | <b>58</b>                   |                        |                     |                   | <b>57</b>                    |
| Arredondamento | <b>57</b>       | <b>58</b>                   |                        |                     |                   | <b>57</b>                    |

Erro relativo = frações desprezadas / arredondamento para baix

## (Sete): Exercícios

### Lista 7-A

1-Numa escola existem os seguintes alunos: 52 na 3ª série, 143 na 2ª série e 138 na 1ª série. Foram selecionados um total de 33 alunos para amostragem estratificada proporcional. Quantos alunos, da 2ª série, foram selecionados?

2-Numa escola existem os seguintes alunos: 135 na 1ª série e 145 na 2ª série. Foram 10% do total para amostra estratificada proporcional. Quantos alunos serão selecionados de cada série?

3-Numa escola existem os seguintes alunos: 48 na 1ª série e o dobro na 2ª série. Foram selecionados 13 da 2ª série para amostra estratificada proporcional. Qual é o percentual amostrado (sem a casa decimal)?

4-Numa escola existem os seguintes alunos: 25 meninas e 30 meninos na 1ª série e 32 meninas e 42 meninos na 2ª série. Foram selecionados 18 meninos (amostra estratificada proporcional). Quantas meninas foram selecionadas?

5-Os alunos tiveram as seguintes notas: 6 7 7 1 6 5 3 6 6 7 5 5 3 8 8 4 7 9 5 5.

Preencher o quadro de distribuição de frequência com o seguinte intervalo de classe:

| notas  | freqüência |
|--------|------------|
| 0   2  |            |
| 2   4  |            |
| 4   6  |            |
| 6   8  |            |
| 8   10 |            |

### Lista 7-B

1)Classifique as variáveis em qualitativas, quantitativas contínuas ou quantitativas discretas:

Universo: Manequins (modelos) de um desfile de modas

a)numeração do calçado, b)medida da cintura, c)cor das unhas, d)peso, e)cachê (salário contratado), f)cor dos cabelos, g)numero de filhos

2)Quais são as fases do método estatístico

3)Numa pesquisa eleitoral qual é o tipo de amostragem utilizada, se:

a)Forem selecionados 120 homens e 118 mulheres para amostra

b)Forem selecionados 238 pessoas para amostra

4)Num hospital os prontuários médicos são ordenados numericamente por ordem cronológica de chegada dos pacientes. Sabendo que a fiscalização separou uma lista de prontuários para serem auditados e dentre eles os de números: 1118, 1170, 1222 e 1274:

a)Informar qual o número do próximo prontuário dessa lista?

b) Informar se o prontuário 1376 será auditado.

c)Informar qual é o tipo de amostragem que está sendo utilizado

5)Sabendo que no campeonato escolar de futebol, cujo artilheiro foi o atacante Fábio, foram anotados as seguintes quantidades de gol por partida: 5 2 0 2 4 1 1 9 3 9 8 5 4 1 6 6 1 7 0 8

Montar o quadro de distribuição de frequência, usando os intervalos 0|2, 2|4, 4|6, 6|8, 8|10

6)Numa escola existem os seguintes alunos: 1ª.Série 23 rapazes e 18 moças, 2ª.Série 32 rapazes e 36 moças, 3ª.Série 42 rapazes e 44 moças.

a) Se for utilizada a amostragem aleatória simples, quantos estudantes serão selecionados, se a amostra for de 10%?

b) Se for utilizada a amostragem proporcional estratificada, quantas moças da 2ª. Série serão selecionados, se a amostra for de 10%?

7)Numa escola existem os seguintes alunos: 1ª.Série 50 rapazes e 52 moças, 2ª.Série 46 rapazes e 48 moças, 3ª.Série 36 rapazes e 42 moças. Foi realizada uma pesquisa utilizando-se da amostragem proporcional estratificada. Sabendo que foram selecionadas 6 moças da 2ª. série, para amostra, quantos rapazes (no total) foram selecionados?

8) Numa escola existem os seguintes alunos: 1ª.Série 50 rapazes e 52 moças, 2ª.Série 46 rapazes e 48 moças, 3ª.Série 36 rapazes e 42 moças. Olhando a relação de amostragem verificou-se que haviam sido selecionadas 7 garotas da 1ª. série. Sabendo que a amostragem é de 10% e (obviamente) que foram selecionados 274 alunos (no total). Informar qual tipo de amostragem foi utilizada: aleatória simples ou proporcional estratificada? Justifique.

9)Citar 3 tipos de gráficos utilizados no método estadístico.

10)O que é série estatística?



**(Nove): 5.3 – Elementos de uma distribuição de frequência**

Estatura de 23 alunos do colégio A

| i | Estaturas (cm) | f <sub>i</sub>        | x <sub>i</sub> |
|---|----------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 150   154      | 2                     | 152            |
| 2 | 154   158      | 4                     | 156            |
| 3 | 158   162      | 7                     | 160            |
| 4 | 162   166      | 5                     | 164            |
| 5 | 166   170      | 3                     | 168            |
| 6 | 170   174      | 2                     | 172            |
|   |                | ∑ f <sub>i</sub> = 23 |                |

Amplitude total: AT

l<sub>1</sub>  
L<sub>1</sub>  
h<sub>i</sub> = L<sub>i</sub> - l<sub>i</sub> = 4 cm  
x<sub>i</sub> = ponto médio

dado:  
x<sub>max</sub> = 173 cm (amostra maior estatura)  
x<sub>min</sub> = 150 cm (amostra menor estatura)  
AA = x<sub>max</sub> - x<sub>min</sub> = 23 cm

5.3.1- Classes (i)

São intervalos de variação da variável

i = 1, 2, 3, ... k

No exemplo: o intervalo 154 | 158 define a segunda classe (i = 2)

5.3.2 – Limites de classe (l ou L)

São os extremos de cada classe

Limite inferior de classe (l) é o menor número

Limite superior de classe (L) é o maior número

No exemplo: l<sub>2</sub> = 154 e L<sub>2</sub> = 158

5.3.3 – Amplitude de um intervalo de classe (h)

É a medida do intervalo que define a classe

h<sub>i</sub> = L<sub>i</sub> - l<sub>i</sub>

No exemplo: h<sub>2</sub> = L<sub>2</sub> - l<sub>2</sub> = 158 - 154 = 4 cm

5.3.4 – Amplitude total da distribuição (AT)

É a diferença entre o limite superior da última classe e o limite inferior da primeira classe.

No exemplo: AT = 174 - 150 = 24 cm

5.3.5 – Amplitude amostral (AA)

É a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da amostra:

AA = x (max) - x (min)

No exemplo = 173 - 150 = 23 cm

5.3.6 – Ponto médio de uma classe (x)

É o ponto que divide o intervalo de classe em duas partes iguais.

X<sub>i</sub> = (l<sub>i</sub> + L<sub>i</sub>) / 2

O ponto médio de uma classe é o valor que a representa.

No exemplo: x<sub>2</sub> = (l<sub>2</sub> + L<sub>2</sub>) / 2 = (154 + 158) / 2 = 156 cm

5.3.7 – Frequência simples ou absoluta (f)

É o número de observações correspondentes a essa classe.

No exemplo: f<sub>1</sub> = 2, f<sub>2</sub> = 4, f<sub>3</sub> = 7, f<sub>4</sub> = 5, f<sub>5</sub> = 3, f<sub>6</sub> = 2

$$\sum_{i=1}^6 = 23 \quad \text{ou} \quad \sum f_i = 23$$

**(Dez): Exercícios em sala**

1- Identificar os elementos da distribuição

| i | Estaturas (cm) | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> |
|---|----------------|----------------|----------------|
|   | 148 - 154      | 5              |                |
|   | 154 - 160      | 6              |                |
|   | 160 - 166      | 18             |                |
|   | 166 - 172      | 22             |                |
|   | 172 - 178      | 26             |                |
|   | 178 - 184      | 19             |                |
|   | 184 - 190      | 8              |                |
|   | 190 - 196      | 6              |                |
|   |                | $\sum f_i =$   |                |

|  |
|--|
| Limite inferior da classe 3: l <sub>3</sub> =    |
| Limite inferior da classe 5: l <sub>5</sub> =    |
| Limite superior da classe 5: l <sub>5</sub> =    |
| Limite inferior da classe 4: l <sub>4</sub> =    |
| Amplitude do intervalo de classe: h =            |
| Amplitude total da distribuição: AT =            |
| Frequência simples da classe 6: f <sub>6</sub> = |
| Frequência simples da classe 4: f <sub>4</sub> = |
| Ponto médio da classe 4: x <sub>4</sub> =        |
| Ponto médio da classe 2: x <sub>2</sub> =        |

2- Identificar os elementos da distribuição

| i | Estaturas (cm) | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> |
|---|----------------|----------------|----------------|
|   | 38 - 51        | 4              |                |
|   | 51 - 64        | 5              |                |
|   | 64 - 77        | 10             |                |
|   | 77 - 90        | 14             |                |
|   | 90 - 103       | 9              |                |
|   | 103 - 116      | 5              |                |
|   | 116 - 129      | 3              |                |
|   |                | $\sum f_i =$   |                |

|  |
|--|
| Limite inferior da classe 3: l <sub>3</sub> =    |
| Limite inferior da classe 5: l <sub>5</sub> =    |
| Limite superior da classe 5: l <sub>5</sub> =    |
| Limite inferior da classe 4: l <sub>4</sub> =    |
| Amplitude do intervalo de classe: h =            |
| Amplitude total da distribuição: AT =            |
| Frequência simples da classe 6: f <sub>6</sub> = |
| Frequência simples da classe 4: f <sub>4</sub> = |
| Ponto médio da classe 4: x <sub>4</sub> =        |
| Ponto médio da classe 2: x <sub>2</sub> =        |

**Lista de exercícios 1B**

1- Uma escola abriga 400 alunos. Obtenha uma amostra de **21** % da população. Quantos alunos foram selecionados?

2- Numa escola, cujo total de alunos era 800, o diretor precisava conhecer o peso médio dos alunos. Para tanto, a partir de uma lista em que numerou os alunos de 1 a 800, sorteou 64 alunos. Determine:

- a- Qual é a população estudada e quantos elementos possui: b- Quantos elementos compõem a amostra:  
c- Qual é a variável estudada d- Qual o percentual da amostra: e- Qual o tipo de amostragem (simples ou estratificada):

3- Numa escola existem 80 alunos na 1ª série e o 120 na 2ª série. Sabendo que foram selecionados, para amostra, 18 alunos da 2ª série e sabendo que foi utilizada a amostragem proporcional estratificada.

- a- Qual o percentual amostrado? b- Calcular quantos alunos no total foram selecionados?

4- Numa escola existem 100 meninos na 1ª série e 40 na 2ª série, 60 na 3ª série. Enquanto que existem 220 meninas na 1ª série, 92 na 2ª série e 75 na 3ª série. Sabendo que foram selecionados, para amostra, 32 meninos. Informar quantas alunas, da 2ª série foram selecionadas?

5- Numa reserva ecológica foram selecionados, por sorteio, alguns animais de uma determinada espécie, visando uma pesquisa sobre o peso desses animais. Os animais sorteados foram pesados e foi obtida a seguinte tabela primitiva:

4, 2, 0, 6, 8, 5, 5, 5, 4, 4, 9, 0, 4, 4, 1, 1, 3, 3, 7, 5, 5, 2

A- Completar o quadro de frequências abaixo:

| i | Classes (pesos) | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> |
|---|-----------------|----------------|----------------|
| 1 | 00 - 02         |                |                |
| 2 | 02 - 04         |                |                |
| 3 | 04 - 06         |                |                |
| 4 | 06 - 08         |                |                |
| 5 | 08 - 10         |                |                |
|   |                 | $\sum f_i =$   |                |

b-Determine:

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| 1-A amplitude total da distribuição    |  | 6-A frequência da quarta classe                    |  |
| 2-O limite superior da terceira classe |  | 7-A quantidade amostrada                           |  |
| 3-O limite inferior da segunda classe  |  | 8-A $\sum f_i$                                     |  |
| 4-O ponto médio da quinta classe       |  | 9-A amplitude total da amostra                     |  |
| 5-A amplitude do intervalo             |  | 10-A quantidade com peso igual ou superior a 06 Kg |  |

**(Onze): 5.4 – Regras gerais para elaborar uma tabela de distribuição de frequência**  
**Numero de classes e intervalos de classe**

**Número de classes : Regra de sturges**

Fornece o número de classes de uma distribuição em função do número de valores da variável:

$$i = 1 + 3,3 \log n$$

i é o número de classe

n é o número total de dados

| n         | i |
|-----------|---|
| 3 a 5     | 3 |
| 6 a 11    | 4 |
| 12 a 22   | 5 |
| 23 a 46   | 6 |
| 47 a 90   | 7 |
| 91 a 181  | 8 |
| 182 a 362 | 9 |

No exemplo n = 23, por isso i = 6 (embora essa escolha pudesse ser um pouco diferente em conta de um julgamento pessoal do pesquisador).

**Amplitude do intervalo de classe**

$$h = AA/i$$

$$h = (173-150)/6 = 23/6 = 3,8 = 4$$

ou seja seis classes de intervalos iguais a 4

Exercícios em sala:

1-Usando as regras gerais para elaborar uma tabela de distribuição de frequência calcular: O número de classes (i) e a amplitude e do intervalo de classe (h), a  $\sum f_i$  e o ponto médio ( $x_i$ )

1.1-Pesquisa do peso dos alunos de uma escola. Amostra com 50 elementos (n), dos quais o valor mínimo é 38 kg e o máximo é 126 kg.

| i | Peso (Kg) | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> |
|---|-----------|----------------|----------------|
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           |                |                |
|   |           | $\sum f_i =$   |                |

1.1-Pesquisa sobre a estatura dos alunos de uma escola. Amostra com 110 elementos (n), dos quais o valor mínimo é 148 cm e o máximo é 196 cm.

| i | Estaturas (cm) | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> |
|---|----------------|----------------|----------------|
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                |                |                |
|   |                | $\sum f_i =$   |                |

Exercícios (pg. 62 e pg. 66 a 69)

1 a 4 (lembrar que o 2 e o 4 dependem de conceito de intervalo de classe)

## (Doze): Tipos de frequência

(Exemplificar com o quadro de distribuição de frequências)

| i | Estaturas (cm) | f <sub>i</sub>  | x <sub>i</sub> | fr <sub>i</sub> | F <sub>i</sub> | Fr <sub>i</sub> |
|---|----------------|-----------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| 1 | 150 - 154      | 2               | 152            |                 |                |                 |
| 2 | 154 - 158      | 4               | 156            |                 |                |                 |
| 3 | 158 - 162      | 7               | 160            |                 |                |                 |
| 4 | 162 - 166      | 5               | 164            |                 |                |                 |
| 5 | 166 - 170      | 3               | 168            |                 |                |                 |
| 6 | 170 - 174      | 2               | 172            |                 |                |                 |
|   |                | $\sum f_i = 23$ |                |                 |                |                 |

Frequência simples ou absoluta (f<sub>i</sub>)

São valores que realmente representam o número de dados de cada classe

$$\sum f_i = n$$

No exemplo:  $\sum f_i = 23$

Frequência relativa (fr<sub>i</sub>)

São valores das razões entre frequência simples e a frequência total

$$fr_i = f_i / \sum f_i = f_i / n$$

No exemplo:  $\sum fr_3 = 7 / 23 = 0,30$

Frequência acumulada (F<sub>i</sub>)

É o total das frequências de todos os valores inferiores ao limite superior do intervalo de uma classe

$$F_k = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + \dots + f_k$$

$$F_3 = f_1 + f_2 + f_3 = 2 + 4 + 7 = 13$$

Frequência acumulada relativa (Fr<sub>i</sub>)

É a frequência acumulada da classe, dividida pela frequência total da distribuição.

$$Fr_i = F_i / \sum f_i = f_i / n$$

**Ao final da explicação fazer perguntas da pagina 64.**

Continuar exercícios ( pg. 62 e pg. 66 a 69)

Pg. 66 = resolva

Pg. 67 = 5 e 6

Pg. 68 = 7, 8 e 9

1 a 4 (lembrar que o 2 e o 4 dependem de conceito de intervalo de classe)

### 6-Distribuição de frequência sem intervalos de classe

Quando se trata de variável discreta de variação relativamente pequena cada valor pode ser tomado como um intervalo de classe (intervalo degenerado)

Exemplo

Seja x a variável “número de cômodos ocupados das casas de 20 famílias”

| i | No. de cômodos | f <sub>i</sub>  |
|---|----------------|-----------------|
| 1 | 2              | 4               |
| 2 | 3              | 7               |
| 3 | 4              | 5               |
| 4 | 5              | 2               |
| 5 | 6              | 1               |
| 6 | 7              | 1               |
|   |                | $\sum f_i = 20$ |

Não se aplica “necessariamente” a regra de sturges

Pois

$$n = 20 \text{ tem-se } i = 5$$

$$V_{\min} = 2$$

$$V_{\max} = 7$$

$$AA = 7 - 2 = 5$$

$$h = AA / i = 5 / 5 = 1$$

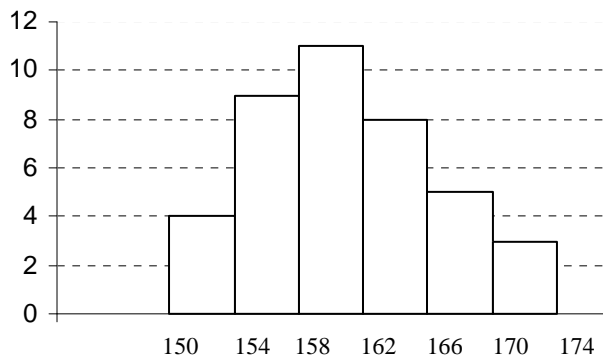
**(Treze): 7 – Representações gráficas de uma distribuição de frequências (aula 13)**

**7.1-Histograma**

Dado o quadro de distribuição de frequência:

| i | Estaturas (cm) | f <sub>i</sub>  | x <sub>i</sub> | F <sub>i</sub> |
|---|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| 1 | 150 - 154      | 4               | 152            | 4              |
| 2 | 154 - 158      | 9               | 156            | 13             |
| 3 | 158 - 162      | 11              | 160            | 24             |
| 4 | 162 - 166      | 8               | 164            | 32             |
| 5 | 166 - 170      | 5               | 168            | 37             |
| 6 | 170 - 174      | 3               | 172            | 40             |
|   |                | $\sum f_i = 40$ |                |                |

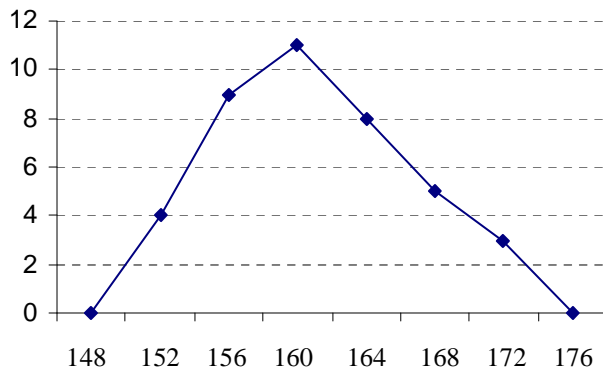
**Desenhar o histograma, sabendo:** No eixo y: colocar f<sub>i</sub> e no eixo x: intervalos de classe



A área de um histograma é proporcional à soma das frequências

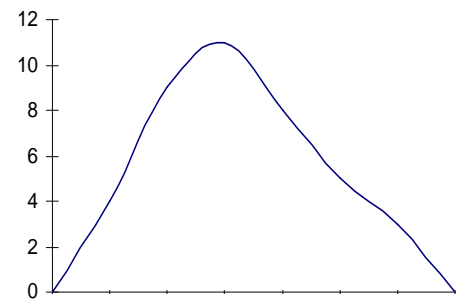
**7.2 Polígono de frequência**

Gráfico em linha: no eixo y: colocar f<sub>i</sub> e no eixo x: pontos médios dos intervalos de classe



**Curva de frequência ou curva polida**

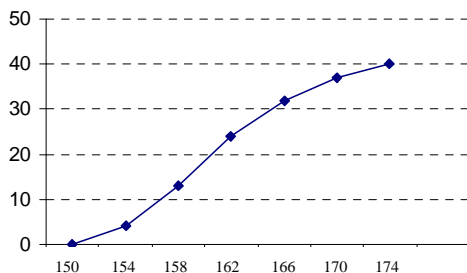
A partir de amostras cada vez mais amplas e amplitude das classes cada vez menor, o polígono de frequência tende a se transformar na curva de frequência.



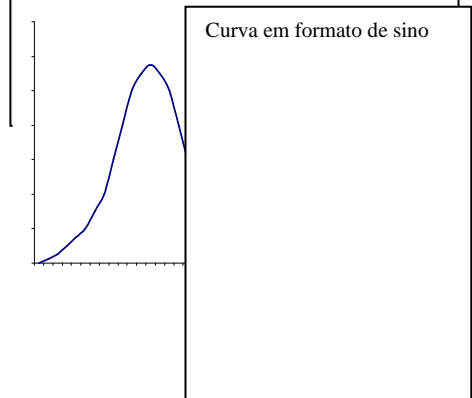
**7.3 – Polígono de frequência acumulada**

Gráfico em linha

No eixo y: colocar frequências acumuladas F<sub>i</sub>  
No eixo x: colocar limites superiores dos intervalos de classe



**A curva de frequência pode ter os formatos:**  
 Curva em forma de sino  
 Simétrica ou assimétrica  
 Curva em forma de jota  
 Curva em forma de jota invertido  
 Curva em forma de u



## (Catorze): Revisão e exercícios

Método estatístico

Fases

Coleta dos dados

Direta (contínua, periódica ou ocasional)

Indireta

Critica dos dados

Apuração

Exposição (tabelas e gráficos)

Análise

Variável

Qualitativa

Quantitativa discreta

Quantitativa contínua

População

Amostra

Amostragem aleatória

Amostragem estratificada

Amostragem sistemática (linha de produção)

### Exemplo “completo”

**População:** 1900 alunos de uma escola

**Variável estudada:** estatura dos alunos (variável quantitativa contínua)

**Fase coleta dos dados:** Foram sorteados 10% dos alunos para servirem de amostra.

Os alunos tiveram suas estatura medidas em sala de aula

Amostragem: proporcional estratificada

Os alunos foram separados por sexo e por série

**Fase crítica dos dados:** Os dados coletados foram analisados

Foram corrigidas eventuais distorções

| Série        | Masc | amostra | Fem  | amostra | Total de alunos na escola |
|--------------|------|---------|------|---------|---------------------------|
| Série A      | 400  | 40      | 500  | 50      |                           |
| Série B      | 480  | 48      | 520  | 52      |                           |
| Total escola | 880  |         | 1020 |         | 1900                      |

### Fase de apuração dos dados

**Para os alunos masculinos da série A:**

Foi montada a tabela primitiva com as estaturas medidas (40 “linhas”)

conforme a seqüência obtida na amostra (170, 151, 155, 155, 173, 151....)

Foi montado o “rol”: tabela em ordem crescente das estaturas (40 “linhas”)

(150, 151, 151, 154,.....173)

Foi montada a tabela de distribuição de freqüência com base nas regras de sturges

Regra de sturges:

Onde  $n = 40$  (amostras) e na tabela de sturges  $i = 6$

$X_{\max} = 173$  (maior aluno) e  $X_{\min} = 150$  (menor aluno) e  $AA = 173 - 150 = 23$

$H$  (amplitude do intervalo de classe) =  $AA / i = 23/6 = 4$

### Quadro de distribuição de freqüências

| i | Estaturas (cm) | $f_i$           | $x_i$ | $F_i$ | $fr_i$     | $Fr_i$ |
|---|----------------|-----------------|-------|-------|------------|--------|
| 1 | 150 - 154      | 4               | 152   | 4     | 0,100      | 0,100  |
| 2 | 154 - 158      | 9               | 156   | 13    | 0,225      | 0,325  |
| 3 | 158 - 162      | 11              | 160   | 24    | 0,275      | 0,600  |
| 4 | 162 - 166      | 8               | 164   | 32    | 0,200      | 0,800  |
| 5 | 166 - 170      | 5               | 168   | 37    | 0,125      | 0,925  |
| 6 | 170 - 174      | 3               | 172   | 40    | 0,075      | 1,000  |
|   |                | $\sum f_i = 40$ |       |       | $\sum = 1$ |        |

### Gráficos obtidos

Histograma

No eixo y: colocar  $f_i$

No eixo x: intervalos de classe

Polígonos de freqüência

No eixo y: colocar  $f_i$

No eixo x: ponto médio dos intervalos de classe

Polígono de freqüência acumulada

No eixo y: colocar  $f_i$

No eixo x: limite superior dos intervalos de classe

## (Quinze): Capítulo 6 – Medidas de posição

### 6.1-Introdução

As medidas de posição mais importantes são as medidas de tendência central, dentre as quais destacamos:

**Média Aritmética**

**Mediana**

**Moda**

### 6.2 - Média aritmética.

É o quociente da divisão da soma dos valores da variável pelo número de valores

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

$\bar{x}$  É a média aritmética

$x_i$  São os valores da variável

$n$  É o número de valores

#### Exemplo:

Produção diária de uma vaca leiteira durante uma semana

10, 14, 13, 15, 16, 18 e 12 litros (diariamente de segunda a domingo)

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{10 + 14 + 13 + 15 + 16 + 18 + 12}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

### 6.2.4 – Média aritmética ponderada (dados agrupados)

#### 6.2.4.1 – Distribuição sem intervalo de classe

População: Família com 4 filhos

Variável: quantidade de filhos do sexo masculino

| i | Variável:<br>Quantidade de filhos | $f_i$               | $x_i$ | $x_i \cdot f_i$           |
|---|-----------------------------------|---------------------|-------|---------------------------|
| 1 | 0                                 | 2                   | 0     | 0                         |
| 2 | 1                                 | 6                   | 1     | 6                         |
| 3 | 2                                 | 10                  | 2     | 20                        |
| 4 | 3                                 | 12                  | 3     | 36                        |
| 5 | 4                                 | 4                   | 4     | 16                        |
|   |                                   | $n = \sum f_i = 34$ |       | $\sum x_i \cdot f_i = 78$ |

Média aritmética ponderada

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{78}{34} = 2,3 \text{ meninos}$$

Exercício em sala: Resolva: pg. 84 (livro).

#### 6.2.4.1 – Distribuição com intervalo de classe

| i | Estaturas (cm) | $f_i$        | $x_i$ | $x_i \cdot f_i$             |
|---|----------------|--------------|-------|-----------------------------|
| 1 | 150 - 154      | 4            | 152   | 608                         |
| 2 | 154 - 158      | 9            | 156   | 1404                        |
| 3 | 158 - 162      | 11           | 160   | 1760                        |
| 4 | 162 - 166      | 8            | 164   | 1312                        |
| 5 | 166 - 170      | 5            | 168   | 840                         |
| 6 | 170 - 174      | 3            | 172   | 516                         |
|   |                | $\sum f_i =$ |       | $\sum x_i \cdot f_i = 6440$ |

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{6440}{40} = 161 \text{ cm}$$

Exercício em sala: Resolva: pg. 85 (livro).

**(Desesais): 6.3 – Moda**

É o valor que ocorre com maior frequência em uma série de valores

Exemplo: O salário modal dos empregados de uma indústria é o salário recebido pelo maior número de empregados.

Exemplo 1: Dados: 7,8,9,10,10,10,11,12,13,15.  $M_o = 10$

Exemplo 2: Dados: 3,5,8,10,12,13  $M_o =$  (amodal)

Exemplo 3: Dados: 2,3,4,4,4,5,6,7,7,7,8,9  $M_o = 4$  e  $M_o = 7$

**Distribuição sem intervalo de classe**

População: Família com 4 filhos

Variável: quantidade de filhos do sexo masculino

| i | Variável:<br>Quantidade de filhos | $f_i$            |
|---|-----------------------------------|------------------|
| 1 | 0                                 | 2                |
| 2 | 1                                 | 6                |
| 3 | 2                                 | 10               |
| 4 | 3                                 | 12               |
| 5 | 4                                 | 4                |
|   |                                   | $n = \sum f_i =$ |

$M_o = 3$

**Distribuição com intervalo de classe**

Nesse caso são necessárias duas providências:

- a) Identificar a classe modal (classe com maior frequência)
- b) Calcular a moda ( $M_o$ ), onde moda é o ponto médio da class

$$\text{Moda } (M_o) = \frac{L^* + l^*}{2}$$

Exemplo: calcular a moda da distribuição de frequências de estatura (acima) ( $M_o = 160$  cm)

Exercício: Resolva: pg. 91 (livro)

**Lista 2B**

1- Numa penitenciária haviam homens de variadas classes sociais, religiões e culturas, que viviam numa condição bastante deplorável, que mais pareciam 1.200 animais presos numa jaula. Certo dia uma sociedade filantrópica obteve autorização do diretor do presídio e assim selecionou, por sorteio, 120 desses homens, a partir da ficha cadastral, no escritório do presídio, numeradas de 1 a 1200. A sociedade filantrópica desejava saber qual era o peso médio dos detentos. Determine:

a- Qual é a população estudada? b- Quantos elementos possui a população estudada? c- Quantos elementos compõem a amostra? d- Qual é a variável estudada? e- A variável estudada é qualitativa, quantitativa discreta ou quantitativa contínua? f- Qual o percentual da amostra? g- Qual o tipo de amostragem (simples ou estratificada)?

2- Numa escola com 100 meninos na 1ª série e 60 na 2ª série, 80 na 3ª série, 120 meninas na 1ª série, 60 na 2ª série e 80 na 3ª série. Para efeito de uma pesquisa foram selecionados, no total, 50 alunos. Amostra composta por meninos mais meninas. Sabendo que a amostragem foi estratificada:

- a- Informar qual é o percentual amostrado?
- b- Informar quantas alunas da segunda série foram selecionadas?

3-Numa reserva ecológica foram selecionados, por sorteio, alguns animais de uma determinada espécie, visando uma pesquisa sobre o peso desses animais. Os animais sorteados foram pesados e foi obtida a seguinte tabela de distribuição de frequências:

A- Completar a distribuição de frequências abaixo:

| i | Pesos (kg) | $f_i$            | $x_i$ | $fr_i$ | $F_i$                  | $f_i \cdot x_i$ | $x_i^2$                  | $f_i x_i^2$ |
|---|------------|------------------|-------|--------|------------------------|-----------------|--------------------------|-------------|
| 1 | 00 - 04    | 3                |       |        |                        |                 |                          |             |
| 2 | 04 - 08    | 5                |       |        |                        |                 |                          |             |
| 3 | 08 - 12    | 12               |       |        |                        |                 |                          |             |
| 4 | 12 - 16    | 4                |       |        |                        |                 |                          |             |
| 5 | 16 - 20    | 2                |       |        |                        |                 |                          |             |
|   |            | $n = \sum f_i =$ |       |        | $\sum f_i \cdot x_i =$ |                 | $\sum f_i \cdot x_i^2 =$ |             |

B-Determine:

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| 1-A amplitude total da distribuição    |  | 7-A quantidade amostrada                                     |  |
| 2-O limite superior da terceira classe |  | 8-A $\sum f_i$   |  |
| 3-O limite inferior da segunda classe  |  | 9- A quantidade de animais com peso inferior a 8 Kg          |  |
| 4-O ponto médio da quinta classe       |  | 10-A quantidade de animais com peso igual ou superior a 8 Kg |  |
| 5-A amplitude do intervalo             |  | 11-A média   |  |
| 6-A frequência da quarta classe        |  | 12-O desvio padrão   |  |

**(Dezessete): 6.4 – Mediana**

È o valor que separa o conjunto em dois subconjuntos de mesmo número de elementos.

**6.2.4.1 – Distribuição sem intervalo de classe**

População: Família com 4 filhos

Variável: quantidade de filhos do sexo masculino

| i | Variável:<br>Quantidade de<br>filhos | f <sub>i</sub>            | F <sub>i</sub> |
|---|--------------------------------------|---------------------------|----------------|
| 1 | 0                                    | 2                         | 2              |
| 2 | 1                                    | 6                         | 8              |
| 3 | 2                                    | 10                        | 18             |
| 4 | 3                                    | 12                        | 30             |
| 5 | 4                                    | 4                         | 34             |
|   |                                      | n = ∑ f <sub>i</sub> = 34 |                |

São necessárias duas providências:  
 a) calcular  $\sum f_i / 2 = 17$   
 b) Verificar na tabela qual é a menor frequência que supera esse valor ( no caso é 18)  
Então a M<sub>d</sub> é 2 meninos

Exemplo pg 96 do livro  
 Resolva pg. 96 do livro

**Mediana (distribuição com intervalo de classe)**

A-Identificar a classe mediana:

Calcular as frequências acumuladas (F<sub>i</sub>)

Calcular  $\sum f_i / 2$  (é a metade da quantidade de amostras)

Identificar a classe mediana (Corresponde à F<sub>i</sub> imediatamente superior a  $\sum f_i / 2$ )

B-Utilizar a formula, onde:

Xmin<sub>m</sub> é o limite inferior da classe mediana.

F<sub>m-1</sub> é a Frequência Acumulada da classe anterior à mediana.

f<sub>m</sub> é a frequência simples da classe mediana

h é a amplitude do intervalo de classe.

$$\text{Mediana} = \text{Xmin}_m + \frac{(\sum f_i / 2 - F_{m-1}) \cdot h}{f_m}$$

Onde:

Xmin<sub>m</sub> é o limite inferior da classe mediana.

F<sub>m-1</sub> é a Frequência Acumulada da classe anterior à mediana.

f<sub>m</sub> é a frequência simples da classe mediana

h é a amplitude do intervalo de classe.

$\sum f_i / 2$  é a metade da quantidade de amostras

Classe mediana (m) é aquela correspondente à frequência acumulada imediatamente superior a  $\sum f_i / 2$ .

**Exercício:**

| i | Estaturas (cm) | f <sub>i</sub>        | F <sub>i</sub> |
|---|----------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 150 - 154      | 2                     | 2              |
| 2 | 154 - 158      | 4                     | 6              |
| 3 | 158 - 162      | 7                     | 13             |
| 4 | 162 - 166      | 5                     | 18             |
| 5 | 166 - 170      | 3                     | 21             |
| 6 | 170 - 174      | 2                     | 23             |
|   |                | ∑ f <sub>i</sub> = 23 |                |

| x <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> . f <sub>i</sub>     |
|----------------|-------------------------------------|
| 152            |                                     |
| 156            |                                     |
| 160            |                                     |
| 164            |                                     |
| 168            |                                     |
| 172            |                                     |
|                | ∑ x <sub>i</sub> . f <sub>i</sub> = |

Resolva (pg 99 do livro)  
 Exemplo ( pg 99 livro)

**(Dezoito): exercícios**

**(Dezenove): exercícios**

**(Vinte): exercícios**

**Exercícios de estatística para fixação de conceitos de média, moda e mediana**

**Exercício um**

Um padeiro fez uma pesquisa no bairro para saber qual o consumo mensal de seu produto por família, para assim calcular qual deveria ser a sua produção no mês seguinte. Ele utilizou nessa pesquisa 40 famílias. Sabendo que o bairro possui 400 famílias, qual a sua expectativa de venda. Quantos pães por mês?

**Calcular a média aritmética, mediana e moda.**

Qual medida de posição você usaria para resolver o problema?

| i | Pães      | $f_i$            | $x_i$ | $F_i$ | $f_i \cdot x_i$        |
|---|-----------|------------------|-------|-------|------------------------|
| 1 | 00 - 30   | 3                |       |       |                        |
| 2 | 30 - 60   | 5                |       |       |                        |
| 3 | 60 - 90   | 15               |       |       |                        |
| 4 | 90 - 120  | 12               |       |       |                        |
| 5 | 120 - 150 | 3                |       |       |                        |
| 6 | 150 - 180 | 2                |       |       |                        |
|   |           | $n = \sum f_i =$ |       |       | $\sum f_i \cdot x_i =$ |

**Exercício dois**

Numa determinada localidade rural existem 800 fiéis cadastrados para participar de um evento religioso. Esse evento vai acontecer do outro lado de um caudaloso rio que circunda a pequena cidade. Foram contratados dois barcos com capacidade máxima de 100 pessoas cada um, para levar os fiéis. Cada barco vai dar 4 viagens com saídas as 6 hs, 6:30 hs, 7 hs e 7:30 hs

O barco B tem capacidade máxima para (8900 kg = 100x89)

O barco A tem capacidade máxima para (12000 kg = 100x120)

Sendo assim será preciso embarcar as pessoas de peso menor no barco B.

Foi feita uma pesquisa sobre o peso dessa população, a partir de uma amostra com 124 pessoas.

Foram estabelecidas três regras para o dia do embarque:

Rapidez para embarcar, respeitar ao máximo a fila por ordem de chegada e não ultrapassar a capacidade do barco. Foi também colocada uma balança, no cais, próximo da entrada aos barcos.

**Calcular a média aritmética, mediana e moda.**

Qual medida de posição você usaria para resolver o problema?

| i | Pães      | $f_i$            | $x_i$ | $F_i$ | $f_i \cdot x_i$        |
|---|-----------|------------------|-------|-------|------------------------|
| 1 | 40 - 50   | 5                |       |       |                        |
| 2 | 50 - 60   | 3                |       |       |                        |
| 3 | 60 - 70   | 10               |       |       |                        |
| 4 | 70 - 80   | 22               |       |       |                        |
| 5 | 80 - 90   | 25               |       |       |                        |
| 6 | 90 - 100  | 21               |       |       |                        |
| 7 | 100 - 110 | 20               |       |       |                        |
| 8 | 110 - 120 | 18               |       |       |                        |
|   |           | $n = \sum f_i =$ |       |       | $\sum f_i \cdot x_i =$ |

**Exercício três**

Um fabricante de calçados produzia as numerações: 26, 28, 30, 32,34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48

Certo dia teve problemas nos equipamentos. Por causa do problema passaria um mês fabricando apenas uma numeração de calçados. Ele fez uma pesquisa de vendas e obteve a seguinte tabela de quantidade por numeração abaixo.

**Calcular a média aritmética, mediana e moda.**

Qual numeração de calçado você fabricaria. Qual das medidas de posição você usou para decidir?

| i | Pães    | $f_i$            | $x_i$ | $F_i$ | $f_i \cdot x_i$        |
|---|---------|------------------|-------|-------|------------------------|
| 1 | 26 - 30 | 1                |       |       |                        |
| 2 | 30 - 34 | 5                |       |       |                        |
| 3 | 34 - 38 | 8                |       |       |                        |
| 4 | 38 - 42 | 26               |       |       |                        |
| 5 | 42 - 46 | 5                |       |       |                        |
| 6 | 46 - 50 | 1                |       |       |                        |
|   |         | $n = \sum f_i =$ |       |       | $\sum f_i \cdot x_i =$ |

## (Vinte e um): Capítulo 7 - Medidas de dispersão

### Introdução

Serão estudadas as medidas de dispersão: Desvio Padrão e Variância

O desvio padrão (ou a variância) não tem uma interpretação física, porém, é possível interpretá-lo de forma analítica, ao comparar-se os valores de vários eventos:

Evento A: A média da estatura dos alunos da sala A possui desvio padrão = 0,00

Evento B: A média da estatura dos alunos da sala A possui desvio padrão = 2,74

Evento C: A média da estatura dos alunos da sala C possui desvio padrão = 5,57

### Conclusões:

Os dados A apresentam dispersão ou variabilidade nula

Os dados B apresentam dispersão ou variabilidade maior que os de A

Os dados B apresentam dispersão ou variabilidade menor que os de C

Os dados C apresentam dispersão ou variabilidade maior que os de A e os de B

O desvio padrão é apresentado pelo símbolo (s)

A variância é representada por  $s^2$

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância

### Item 7.3.3.2) Dados agrupados com intervalo de classe (pg.116)

$$s \text{ (desvio padrão)} = \sqrt{\frac{\sum f_i x_i^2}{n} - \frac{(\sum f_i x_i)^2}{n}}$$

Dada a tabela 7.5, calcular s

$$\text{média aritmética} = 161,00$$

$$s = \sqrt{31} \quad s = 5,57$$

| i        | Estaturas (cm) | $f_i$     | $x_i$ | $f_i x_i$   | $x_i^2$        | $f_i x_i^2$      |
|----------|----------------|-----------|-------|-------------|----------------|------------------|
| 1        | 150   154      | 4         | 152   | 608         | 23.104         | 92.416           |
| 2        | 154   158      | 9         | 156   | 1404        | 24.336         | 219.024          |
| 3        | 158   162      | 11        | 160   | 1760        | 25.600         | 281.600          |
| 4        | 162   166      | 8         | 164   | 1312        | 26.896         | 215.168          |
| 5        | 166   170      | 5         | 168   | 840         | 28.224         | 141.120          |
| 6        | 170   174      | 3         | 172   | 516         | 29.584         | 88.752           |
| $\Sigma$ |                | <b>40</b> |       | <b>6440</b> | <b>157.744</b> | <b>1.038.080</b> |

Exercício 6 (pg 121)

$$\text{média aritmética} =$$

$$s = \sqrt{\quad} =$$

| i                | classes | $f_i$     | $x_i$ | $f_i x_i$ | $x_i^2$ | $f_i x_i^2$ |
|------------------|---------|-----------|-------|-----------|---------|-------------|
| 1                | 02   06 | 5         |       |           |         |             |
| 2                | 06   10 | 12        |       |           |         |             |
| 3                | 10   14 | 21        |       |           |         |             |
| 4                | 14   18 | 15        |       |           |         |             |
| 5                | 18   22 | 7         |       |           |         |             |
| <b>Somatório</b> |         | <b>60</b> |       |           |         |             |

Exercício 7 - item a (pg 121)

média aritmética = \_\_\_\_\_  
 $s = \sqrt{\quad} =$

| i                | classes | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> <sup>2</sup> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> <sup>2</sup> |
|------------------|---------|----------------|----------------|-------------------------------|-----------------------------|--|
| 1                | 00   02 | 5              |                |                               |                             |  |
| 2                | 02   04 | 8              |                |                               |                             |  |
| 3                | 04   06 | 14             |                |                               |                             |  |
| 4                | 06   08 | 10             |                |                               |                             |  |
| 5                | 08   10 | 7              |                |                               |                             |  |
| <b>Somatório</b> |         | <b>44</b>      |                |                               |                             |  |

Exercício 7 - item b (pg 121) ou seja pg.107 8-b

média aritmética = \_\_\_\_\_  
 $s = \sqrt{\quad} =$

| i                | classes   | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> <sup>2</sup> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> <sup>2</sup> |
|------------------|-----------|----------------|----------------|-------------------------------|-----------------------------|--|
| 1                | 150   158 | 5              |                |                               |                             |  |
| 2                | 158   166 | 12             |                |                               |                             |  |
| 3                | 166   174 | 18             |                |                               |                             |  |
| 4                | 174   182 | 27             |                |                               |                             |  |
| 5                | 182   190 | 8              |                |                               |                             |  |
| <b>Somatório</b> |           | <b>70</b>      |                |                               |                             |  |

Exercício 7 - item c (pg 121)

média aritmética = \_\_\_\_\_  
 $s = \sqrt{\quad} =$

| i                | classes     | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> <sup>2</sup> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> <sup>2</sup> |
|------------------|-------------|----------------|----------------|-------------------------------|-----------------------------|--|
| 1                | 500   700   | 18             |                |                               |                             |  |
| 2                | 700   900   | 31             |                |                               |                             |  |
| 3                | 900   1100  | 15             |                |                               |                             |  |
| 4                | 1100   1300 | 3              |                |                               |                             |  |
| 5                | 1300   1500 | 1              |                |                               |                             |  |
| 8                | 1500   1700 | 1              |                |                               |                             |  |
| 7                | 1700   1900 | 1              |                |                               |                             |  |
| <b>Somatório</b> |             | <b>70</b>      |                |                               |                             |  |

Exercício 7 - item d (pg 121)

média aritmética = \_\_\_\_\_  
 $s = \sqrt{\quad} =$

| i                | classes   | f <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> | x <sub>i</sub> <sup>2</sup> | f <sub>i</sub> x <sub>i</sub> <sup>2</sup> |
|------------------|-----------|----------------|----------------|-------------------------------|-----------------------------|--|
| 1                | 145   151 | 10             |                |                               |                             |  |
| 2                | 151   157 | 9              |                |                               |                             |  |
| 3                | 157   163 | 8              |                |                               |                             |  |
| 4                | 163   169 | 6              |                |                               |                             |  |
| 5                | 169   175 | 3              |                |                               |                             |  |
| 8                | 175   181 | 3              |                |                               |                             |  |
| 7                | 181   187 | 1              |                |                               |                             |  |
| <b>Somatório</b> |           | <b>40</b>      |                | <b>0</b>                      | <b>-</b>                    | <b>-</b>                                   |

## (Vinte e dois): Exercícios

### (Vinte e três): Teoria elementar das probabilidades (pg127)

#### Por que estudar probabilidade?

O cálculo das probabilidades pertence ao campo da Matemática.

A maioria dos fenômenos de que trata a estatística é de natureza aleatória ou probabilística. O cálculo de probabilidades é necessidade essencial para o estudo da estatística indutiva ou inferencial.

**Estatística descritiva:** Coleta, organização, descrição e apresentação dos dados em tabelas.

**Estatística indutiva ou inferencial:** Análise e interpretação, dos dados (pg.13).

Os métodos inferenciais permitem conclusões que transcendem os dados obtidos inicialmente.

#### Experimentos ou fenômenos aleatórios:

São aqueles que, mesmo repetidos varias vezes sob condições semelhantes, apresentam resultados imprevisíveis.

Exemplo: O resultado do jogo de futebol entre os veteranos e calouros depende do acaso.

#### Espaço amostral (ou conjunto universo) (S)

É o conjunto de resultados possíveis de um experimento.

Exemplo: Lançamento de uma moeda:  $S = \{Ca, Co\}$

Lançamento de um dado:  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

#### Ponto amostral

É cada um dos elementos de S

Exemplo:  $2 \in S$ , então 2 é um ponto amostral de S

#### Evento

É qualquer subconjunto do espaço amostral S de um experimento aleatório

Exemplo: Lançamento de um dado:  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A = \{2,4,6\}$  é um evento de S

Obter um número par na face superior

$B = \{4\}$  é um evento elementar de S

Obter um número igual a 4 na face superior

$C = \{1,2,3,4,5,6\}$  é um evento certo de S

Obter um número menor ou igual a 6 na face superior

$D = \{ \}$  é um evento impossível de S

Obter um número maior que 6 na face superior

#### Probabilidade

Dado um experimento aleatório, sendo S o seu espaço amostral, vamos admitir que todos os elementos de S tenham a mesma chance de acontecer, ou seja, que S é um conjunto equiprovável

$P(A)$  = Probabilidade de um evento A

$n(A)$  = é o número de elementos de A

$n(S)$  = é o número de elementos de S

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

#### Exemplo

$S = \{1,2,3,4,5,6\}$  então  $n(S) = 6$

$A = \{2,4,6\}$  então  $n(A) = 3$  e  $P(A) = 3/6 = 1/2$

$B = \{4\}$  então  $n(A) = 1$  e  $P(A) = 1/6 = 1/6$

$C = \{1,2,3,4,5,6\}$  então  $n(A) = 6$  e  $P(A) = 6/6 = 1$

$D = \{ \}$  então  $n(A) = 0$  e  $P(A) = 0/6 = 0$

$$0 \leq P(E) \leq 1$$

#### Outros exemplos

##### a- Obter um número ímpar no lançamento de um dado

1- Lançar um dado uma vez = 1 experimento

2-  $S = \{1,2,3,4,5,6\}$ , então  $n(S) = 6$

3-  $E = \{1,3,5\}$ , então  $n(E) = 3$

4-  $P(E) = 3/6 = 1/2 = 0,5 = 50\%$

##### b- Tirar uma bola de nº 05 de dentro de uma sacola com 20 bolas numeradas

1- Tirar uma bola = 1 experimento

2-  $n(S) = 20$

3-  $n(E) = 1$

4-  $P(E) = 1/20 = 0,05 = 5\%$

**(Vinte e quatro): Exercícios para fixação**

(os exercícios das "LISTAS" foram extraídos do livro de Antonio Arnot Crespo: Estatística Fácil, Ed.Saraiva, 2005 – pg. 135 e 136

**LISTA A**

- 1) Determine a probabilidade de cada evento
  - 2) Um número para aparece no lançamento de um dado
  - 3) Uma figura aparece ao se extrair uma carta de um baralho de 52 cartas
  - 4) Uma carta de ouros aparece ao se extrair uma carta de um baralho de 52 cartas
- 2) Um número inteiro é escolhido aleatoriamente entre os números 1,2,3...49,50. Determine a probabilidade de:
  - a) O número ser divisível por 5.
  - b) O número terminar em 3
  - c) O número ser divisível por 6 ou 8
  - d) O número ser divisível por 4 e por 6
- 5) Um inteiro entre 3 e 11 será escolhido ao acaso.
  - a) Qual a probabilidade de que este número seja ímpar?
  - b) Qual a probabilidade de que este número seja ímpar e divisível por 3?
- 6) Uma carta é retirada ao acaso de um baralho de 52 cartas. Qual a probabilidade de que a carta retirada seja uma dama ou uma carta de copas?

**LISTA B**

- 09) No lançamento de um dado.  
Qual a probabilidade de sair o número 6 ou um número ímpar?
- 10) Duas cartas são retiradas ao acaso de um baralho de 52 cartas. Calcule a probabilidade de se obterem:
  - a) dois valetes.
  - b) um valete e uma dama?
- 11) Um casal planeja ter três filhos. Determine a probabilidade de nascerem:
  - a) três homens?
  - b) dois homens e uma mulher?
- 12) Uma moeda é lançada três vezes. Calcule a probabilidade de obtermos:
  - a) três caras.
  - b) duas caras e uma coroa
  - c) uma cara somente
  - d) nenhuma cara
  - e) pelo menos uma cara.
  - f) no máximo uma cara.
- 13) Um dado é lançado duas vezes. Calcule a probabilidade de:
  - a) sair um 6 no primeiro lançamento
  - b) sair um 6 no segundo lançamento
  - c) não sair 6 em nenhum lançamento
  - d) sair um 6 pelo menos

**LISTA C**

- 14) Uma urna contém 50 bolas idênticas. Sendo as bolas numeradas de 1 a 50, determine a probabilidade de, em uma extração ao acaso:
  - a) obtermos a bola de número 27
  - b) obtermos uma bola de número par
  - c) obtermos uma bola de número maior que 20
  - d) obtermos uma bola de número menor ou igual a 20
- 15) Uma loja dispõe de 12 geladeiras do mesmo tipo, das quais 4 apresentam defeitos.
  - a) se um freguês vai comprar uma geladeira, qual a probabilidade de levar uma defeituosa?
  - b) se um freguês vai comprar duas geladeiras, qual a probabilidade de levar duas defeituosas?
  - c) se um freguês vai comprar duas geladeiras, qual a probabilidade de levar pelo menos uma defeituosa?
- 16) Um par de dados é atirado. Encontre a probabilidade de que a soma seja 10 ou maior que 10 se:
  - a) um 5 aparece no primeiro dado
  - b) um 5 aparece pelo menos em um dos dados
- 17) Lança-se um par de dados. Aparecendo dois números diferentes encontre a probabilidade de que:
  - a) a soma seja 6
  - b) o 1 apareça
  - c) a soma seja 4 ou menor que 4
- 18) Um lote é formado por 10 peças boas, 4 com defeitos e 2 com defeitos graves. Uma peça é escolhida ao acaso. Calcule a probabilidade de que:
  - a) ela não tenha defeitos graves.
  - b) ela não tenha defeitos.
  - c) ela seja boa ou tenha defeitos graves.

**(Vinte e cinco): Eventos complementares**

$p$  = probabilidade de que ocorra um evento (sucesso)

$q$  = probabilidade de que não ocorra um evento (insucesso)

$$P + q = 1 \text{ então } q = 1 - p$$

**Exercícios: LISTA B**

A partir do resultado das listas de exercícios anteriores, calcule a probabilidade de que não ocorram os eventos, usando a "fórmula"  $p + q = 1$

**(Vinte e seis): Eventos independentes (e)**

Dois eventos são independentes, quando a realização (ou não realização) de um dos eventos não afeta a probabilidade da realização do outro e vice-versa.

A probabilidade de que tais eventos se realizem simultaneamente é dada por

$$p = p_1 \times p_2$$

**Aplicação:**

Se lançamos dois dados, o resultado de um independe do resultado obtido no outro.

$p_1 = 1/6$  e  $p_2 = 1/6$  então:  $p = 1/6 \times 1/6 = 1/36$

### Exemplo:

d) Num lote de uma fábrica há 10 estátuas de Santo Expedito. Onde 3 delas estão com defeito e 7 estão boas. O defeito não é perceptível a olho nu. Se alguém pegar aleatoriamente 2 estátuas, qual é a probabilidade de pegar as 2 com defeito?

1- Pegar 2 peças = 2 “experimentos”

2- Para pegar 2 peças com defeito é necessário pegar a 1ª com defeito e a 2ª com defeito.

$S_1 = \{7B, 3D\}$ , ou seja  $n(S_1) = 10$

Depois de tirar a 1ª estatua do lote de 10, vão sobrar 9 estátuas (lembrar que a 1ª a ser retirada deve ser com defeito)

Então:  $S_2 = \{7B, 2D\}$ , ou seja  $n(S_2) = 9$

3- Os resultados não são condicionantes.

$n(E_1) = 3$  e  $n(E_2) = 2$  (lembra que havia 3 com defeito, foi retirada uma, ficaram no lote 2 com defeito)

4-  $P(E_1) = 3/10 = 0,30 = 30\%$

$P(E_2) = 2/9 = 0,22 = 22\%$

5- Os eventos são independentes (e), logo usa-se a regra do produto:

$P = 3/10 * 2/9 = 6/90 = 0,066 = 7\%$

### e) Idem, porém a 1ª com defeito e a 2ª boa.

1- Pegar 2 peças = 2 “experimentos”

2- Para pegar 2 com defeito é necessário pegar a 1ª com defeito e a 2ª com defeito.

$S_1 = \{7B, 3D\}$ , ou seja  $n(S_1) = 10$

Depois de tirar a 1ª estatua do lote de 10, vão sobrar 9 estátuas (lembrar que a 1ª a ser retirada deve ser D)

Então:  $S_2 = \{7B, 2D\}$ , ou seja  $n(S_2) = 9$

3- Os resultados não são condicionantes.

$n(E_1) = 3$  e  $n(E_2) = 7$  (lembrar que continuam 7 boas no lote)

4-  $P(E_1) = 3/10 = 0,30 = 30\%$

$P(E_2) = 7/9 = 0,78 = 78\%$

5- Os eventos são independentes (e), logo usa-se a regra do produto:

$P = 3/10 * 7/9 = 21/90 = 0,23 = 23\%$

### Exercícios: LISTA C

8) Em um lote de 12 peças, 4 são defeituosas. Sendo retiradas aleatoriamente 2 peças, calcule:

a) A probabilidade de ambas serem defeituosas?

b) A probabilidade de ambas não serem defeituosas?

c) A probabilidade ao menos uma ser defeituosa?

19) Considere o mesmo lote do problema anterior. Retiram-se 2 peças ao acaso. Calcule a probabilidade de que:

a) ambas sejam perfeitas.

b) pelo menos uma seja perfeita.

c) nenhuma tenha defeitos graves.

d) nenhuma seja perfeita

### (Vinte e sete): Eventos mutuamente exclusivos

Dois ou mais eventos são mutuamente exclusivos quando a realização de um exclui a realização do(s) outro(s)

A probabilidade de que um ou outro se realize é igual à soma das probabilidades de que cada um deles se realize

Exemplo: Ao lançar um dado a probabilidade de tirar 3 ou o 5 é:

$$P = 1/6 + 1/6 = 2/6 = 1/3$$

|                 |
|-----------------|
| $P = p_1 + p_2$ |
|-----------------|

### Exemplos:

#### c- Uma só cara (ca) aparece no lançamento de 2 moedas

1- Lançar uma moeda 2 vezes = 2 “experimentos”:  $S_1$  e  $S_2$

2- Ao lançar cada moeda (em cada “experimento”) somente existem dois resultados possíveis,

$S = \{ca, co\}$ , então  $n(S_1) = n(S_2) = 2$

3- Os resultados são condicionantes, pois se sair **ca** no 1º não pode sair **ca** no 2º.

Resultado desejado:  $E = \{ca \text{ e } co \text{ ou } co \text{ e } ca\}$ , ou seja, nesse caso é mais interessante montar apenas um sub-conjunto para os dois eventos juntos.

4- A probabilidade de sair ca em cada lançamento é:  $P(ca) = 1/2$ , e também  $P(co) = 1/2$

$$P = 1/2 * 1/2 + 1/2 * 1/2 = 1/4 + 1/4 = 2/4 = 1/2 = 0,5 = 50\%$$

Na prática: resultados possíveis: caca, coco, coca, caco

#### f) Lança-se um par de dados e a deseja-se que a soma seja menor ou igual a 4

1- Lançar 2 dados = 2 “experimentos”

2-  $n(S_1) = n(S_2) = 6$

3- Resultados desejado = (1e3) ou (1e2) ou (1e1) ou (3e1) ou (2e1)

4- Probabilidade de cada evento em separado  $P(E_i) = 1/6$

Aplicando 5 e 6:  $P = 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 = 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 = 5/36 = 0,138 = P = 13,88\%$

idade de cada evento em separado  $P(E_i) = 1/6$

Aplicando 5 e 6:  $P = 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 + 1/6 * 1/6 = 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 + 1/36 = 5/36 = 0,138 = P = 13,88\%$



## Tabela de distribuição de probabilidades

Dada a distribuição de freqüências (sem intervalo de classes)  
Trata-se do número de acidentes por dia num estacionamento:

| i | $x_i$ (nº de acidentes) | $f_i$ | Probabilidade  |
|---|-------------------------|-------|----------------|
| 1 | 0                       | 22    | $22/30 = 0,73$ |
| 2 | 1                       | 5     | $5/30 = 0,17$  |
| 3 | 2                       | 2     | $2/30 = 0,07$  |
| 4 | 3                       | 1     | $1/30 = 0,03$  |
|   | Somatória=              | 30    |                |

A partir da distribuição de freqüências obtém a distribuição de probabilidades:

| $x_i$ (nº de acidentes) | Probabilidade P(x) |
|-------------------------|--------------------|
| 0                       | 0,73               |
| 1                       | 0,17               |
| 2                       | 0,07               |
| 3                       | 0,03               |
| Somatória=              | 1,00               |

### (Trinta e dois): Exercícios

#### (Trinta e três): Distribuição normal. Curva normal

Curva em forma de sino  
Simétrica em torno da média  $\bar{x}$

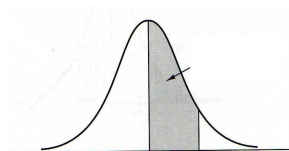
#### Exemplo prático:

Numa indústria são produzidos parafusos que, devido à regulagem da máquina, apresentam ligeira diferenças nos diâmetros. Uma pesquisa constatou o seguinte resultado:

Diâmetro médio  $\bar{x} = 2,00$  cm

Desvio padrão  $s = 0,04$  cm

Qual é a probabilidade de um parafuso ter o diâmetro entre 2,00 cm e 2,05 cm? Ou:  $P(2,00 < x < 2,05) = ?$



Temos:

$$z = \frac{\bar{x} - x}{s} = \frac{2,05 - 2,00}{0,04} = \frac{0,05}{0,04} = 1,25$$

Vide tabela do “anexo 2” da pagina 224 do livro.

Na linha  $z = 1,2$  e coluna “5” (ou seja:  $z = 1,25$ ) tem-se o número 3944, o qual significa 0,3944 ou 39,44%

Resposta:  $P(2,00 < x < 2,05) = 39,44\%$

Exercício da pg 147

a)  $P(x > 120) = ?$

Temos:

$$z = \frac{\bar{x} - x}{s} = \frac{120 - 100}{10} = \frac{20}{10} = 2$$

Tabela  $z = 2 \rightarrow 4772$

$$P(x > 120) = P(100 < x < 120) = 0,5 - 0,472 = 0,0228 = 2,28\%$$

### (trinta e quatro): exercícios de fixação

### **(trinta e cinco): Margem de erro e nível de confiança**

(\*) Anderson, David R, Sweeney Dennis J, Willians Thomas A. *Estatística aplicada à administração e economia*. São Paulo. Ed. Pioneira, 2003.

Conforme Anderson (\*) para esse cálculo será utilizada a estimativa por intervalo de uma média da população, caso da grande amostra (onde  $n \geq 30$ ), com  $\sigma$  (desvio padrão da população) desconhecido

Para esse cálculo será utilizada a expressão:

$$\bar{x} \pm Z_{\alpha/2} s / \sqrt{n}$$

Onde:

S é o desvio padrão da amostra

1-  $\alpha$  é o coeficiente de confiança

$\bar{x}$  é a média da amostra

n é o número de elementos da amostra

$Z_{\alpha/2}$  é o valor de Z que fornece uma área  $\alpha/2$  na extremidade superior da distribuição normal-padrão de probabilidade.

Os valores de  $\alpha/2$  são tabelados. Para o nível de confiança 95% o valor de  $Z_{\alpha/2}$  é 1,96.

Aplicando-se a expressão acima, utilizando-se os valores de  $\bar{x}$ , s, n e  $Z_{\alpha/2}$  obtém-se a margem de erro da pesquisa.

### **Margem de erro e nível de confiança – exemplo de cálculo**

Foi feita uma pesquisa do peso dos animais de um zoológico. A partir de uma amostra com  $n = 100$  animais, obteve-se a média da amostra  $\bar{x} = 30,00$  kg e o desvio padrão  $s = 5,57$  kg.

O pesquisador optou pelo nível de confiança de 95%, onde  $Z_{\alpha/2} = 1,96$ .

Substituindo na fórmula tem-se:

$$30,00 \pm 1,96 \cdot 5,57 / \sqrt{100}$$

$$30,00 \pm 1,96 \cdot 5,57 / 10$$

$$30,00 \pm 10,9172 / 10$$

$$30,00 \pm 1,09172$$

$$30,00 \pm 1,09$$

$$28,91 \leq \bar{x} \leq 31,09$$

Margem de erro

$$1,09 / 30,00 = 3,63\%$$

### **Significado da margem de erros e do nível de confiança:**

Isso significa que a média do peso obtido, a partir dos animais que foram amostrados, foi 30,00 kg. Porém se TODOS os animais tivessem seu peso medido, a média da população de animais seria tal que o pesquisador garante com 95% de certeza que ela vai estar entre 28,91 cm e 31,09 kg, ou 30 kg, com margem de erro de aproximadamente 3,63% para mais ou para menos.

### **(trinta e seis): exercícios de fixação**

### **(trinta e sete): exercícios de fixação**

**(trinta e oito): – Teoria da correlação e regressão linear**

**Correlação (pg.148)**

Quando duas variáveis estão ligadas por uma relação estatística, diz-se que existe correlação entre elas.

Quando se trabalha com uma tabela de distribuição de frequência, trabalha-se com uma variável e a frequência (repetição) de cada valor dessa variável.

Agora trabalhar-se-á com duas variáveis para verificar se há (ou não) correlação entre elas e se a correlação é significativa ou se a correlação é fraca.

Pergunta: As notas de matemática, do primeiro bimestre letivo, tem correlação com as notas de estatística (2º bimestre letivo) desses mesmos alunos?

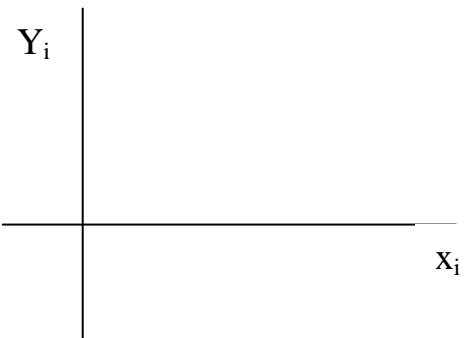
| Numero do aluno | $x_i$ = Primeira prova 1o.B matemática | $y_i$ = Primeira prova 1o.B estatística | $x_i \cdot y_i$ | $x_i^2$        | $y_i^2$         |
|-----------------|--|---|-----------------|----------------|-----------------|
| aluno 1         | 5,5                                    | 5,0                                     | 28              | 30             | 25              |
| aluno 2         | 4,5                                    | 9,0                                     | 41              | 20             | 81              |
| aluno 3         | 10,0                                   | 7,6                                     | 76              | 100            | 58              |
| aluno 4         | 6,5                                    | 7,7                                     | 50              | 42             | 59              |
| aluno 5         | 2,5                                    | 6,2                                     | 16              | 6              | 38              |
| aluno 6         | 9,0                                    | 7,3                                     | 66              | 81             | 53              |
| aluno 7         | 4,5                                    | 7,3                                     | 33              | 20             | 53              |
| aluno 8         | 5,5                                    | 7,5                                     | 41              | 30             | 56              |
| aluno 9         | 8,0                                    | 5,3                                     | 42              | 64             | 28              |
| aluno 10        | 8,0                                    | 8,2                                     | 66              | 64             | 67              |
| aluno 11        | 4,0                                    | 9,0                                     | 36              | 16             | 81              |
| aluno 12        | 10,0                                   | 8,9                                     | 89              | 100            | 79              |
| aluno 13        | 8,0                                    | 6,0                                     | 48              | 64             | 36              |
| aluno 14        | 8,0                                    | 9,5                                     | 76              | 64             | 90              |
| aluno 15        | 3,0                                    | 8,0                                     | 24              | 9              | 64              |
| aluno 16        | 6,5                                    | 9,8                                     | 64              | 42             | 96              |
| aluno 17        | 3,0                                    | 8,5                                     | 26              | 9              | 72              |
| aluno 18        | 10,0                                   | 9,8                                     | 98              | 100            | 96              |
| aluno 19        | 5,5                                    | 8,2                                     | 45              | 30             | 67              |
| aluno 20        | 6,0                                    | 6,0                                     | 36              | 36             | 36              |
| aluno 21        | 5,0                                    | 5,4                                     | 27              | 25             | 29              |
| aluno 22        | 7,0                                    | 5,3                                     | 37              | 49             | 28              |
| aluno 23        | 6,5                                    | 9,3                                     | 60              | 42             | 86              |
| aluno 24        | 3,5                                    | 6,0                                     | 21              | 12             | 36              |
| aluno 25        | 3,0                                    | 6,6                                     | 20              | 9              | 44              |
| <b>Soma</b>     | <b>153</b>                             | <b>187,4</b>                            | <b>1.164,0</b>  | <b>1.066,5</b> | <b>1.460,98</b> |

|                          |           |
|--------------------------|-----------|
| N=                       | 25        |
| Numerador                | 427,8     |
| Denominador <sup>2</sup> | 4573575,1 |
| denominador              | 2138,6    |
| <b>r</b>                 | 0,20      |

Correlação fraca

Coefficiente de correlação de Pearson

$$r = \frac{n \sum x_i y_i - (\sum x_i) (\sum y_i)}{\sqrt{[n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2] [n \sum y_i^2 - (\sum y_i)^2]}}$$



- r = + 1 : correlação perfeita e positiva
- r = - 1 : correlação perfeita e negativa
- r = 0 : não há correlação

**Exemplo de correlação muito forte**

| Numero do aluno | $x_i$ = Primeira prova 1o.B matemática | $y_i$ = Primeira prova 1o.B estatística | $x_i \cdot y_i$ | $x_i^2$    | $y_i^2$    |
|-----------------|--|---|-----------------|------------|------------|
| aluno 1         | 5                                      | 6                                       | 30              | 25         | 36         |
| aluno 2         | 8                                      | 9                                       | 72              | 64         | 81         |
| aluno 3         | 7                                      | 8                                       | 56              | 49         | 64         |
| aluno 4         | 10                                     | 10                                      | 100             | 100        | 100        |
| aluno 5         | 6                                      | 5                                       | 30              | 36         | 25         |
| aluno 6         | 7                                      | 7                                       | 49              | 49         | 49         |
| aluno 7         | 9                                      | 8                                       | 72              | 81         | 64         |
| aluno 8         | 3                                      | 4                                       | 12              | 9          | 16         |
| aluno 9         | 8                                      | 6                                       | 48              | 64         | 36         |
| aluno 10        | 2                                      | 2                                       | 4               | 4          | 4          |
| <b>Soma</b>     | <b>65</b>                              | <b>65</b>                               | <b>473</b>      | <b>481</b> | <b>475</b> |

R: 0,92

**Regressão linear simples** (pg.154)

(havendo correlação acentuada, embora não perfeita)

Análise de regressão: descrever a relação entre duas variáveis através de um modelo matemático

No caso do exemplo anterior vamos ajustar a uma reta

X = variável independente

Y = variável dependente

$$Y = a X + b$$

$$a = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}$$

| Numero do aluno | $x_i$ | $y_i$ |
|-----------------|-------|-------|
| aluno 10        | 2     | 2     |
| aluno 8         | 3     | 4     |
| aluno 1         | 5     | 6     |
| aluno 5         | 6     | 5     |
| aluno 3         | 7     | 8     |
| aluno 6         | 7     | 7     |
| aluno 2         | 8     | 9     |
| aluno 9         | 8     | 6     |
| aluno 7         | 9     | 8     |
| aluno 4         | 10    | 10    |

Fazendo os cálculos  
 $Y = 0,86 x + 0,89$   
 Interpolação: para X= 4, Y= 4,33  
 Extrapolação: para X = 1, Y = 1,75

**(trinta e nove):** Exercícios de fixação

**(quarenta):** Exercícios de revisão